

Brüche addieren und subtrahieren – Lernzettel

Mathe · Klasse 6 · 7 Kapitel · Glossar · Prüfungsfragen

Hier lernst du alles, was du für die Klassenarbeit über das Addieren und Subtrahieren von Brüchen brauchst. Nach dem Durcharbeiten kannst du Brüche erweitern und kürzen, den Hauptnenner finden, Brüche mit gleichen und verschiedenen Nennern verrechnen, mit gemischten Zahlen umgehen und Textaufgaben sicher in Bruchrechnungen übersetzen.

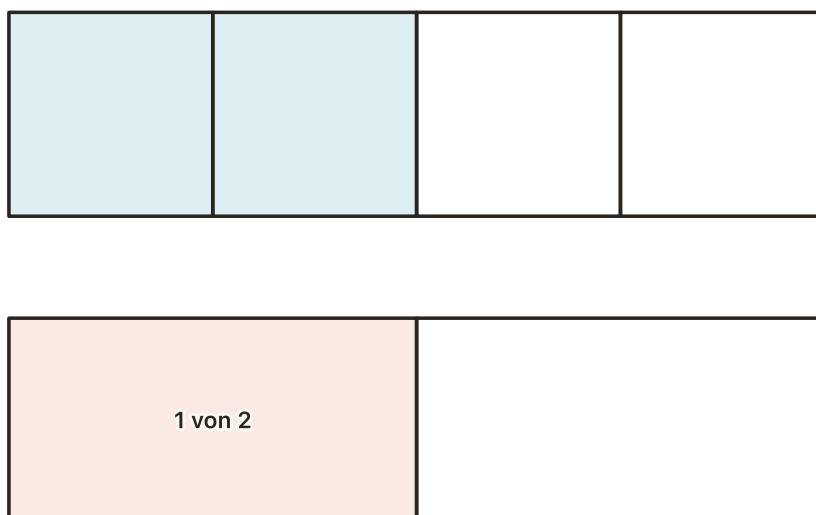
1. Brüche erweitern und kürzen

Ein Bruch besteht aus **Zähler** (oben) und **Nenner** (unten). Du kannst denselben Bruchwert auf viele Arten schreiben, indem du **erweiterst** oder **kürzt**. Beim Erweitern und Kürzen ändert sich nur die Schreibweise, nicht der Wert des Bruchs.

- **Erweitern** bedeutet: Zähler und Nenner werden mit derselben Zahl **multipliziert**.
- **Kürzen** bedeutet: Zähler und Nenner werden durch dieselbe Zahl **dividiert**.
- Ein Bruch ist **vollständig gekürzt**, wenn Zähler und Nenner keinen gemeinsamen Teiler außer 1 mehr haben.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12} \qquad \frac{8}{12} = \frac{8 : 4}{12 : 4} = \frac{2}{3}$$

Die folgende Figur zeigt, dass $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{4}$ genau gleich viel Fläche bedeuten – nur anders eingeteilt.



Oben zwei von vier gleich großen Teilen ($\frac{2}{4}$), unten einer von zwei gleich großen Teilen ($\frac{1}{2}$): Beide zeigen dieselbe Hälfte

VORGANG	WAS DU TUST	BEISPIEL	WERT
Erweitern	mal derselben Zahl	$\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$ (mit 3)	bleibt gleich
Kürzen	geteilt durch dieselbe Zahl	$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ (durch 2)	bleibt gleich

🔔 Merksatz

Erweitern und Kürzen ändern **nie** den Wert eines Bruchs. Du multiplizierst oder dividierst immer **Zähler und Nenner mit derselben Zahl**.

⚠️ Häufiger Fehler

Du darfst nur **Faktoren** kürzen, niemals einzelne Summanden. Aus $\frac{2+3}{4}$ darf man die 2 nicht wegekürzen — hier steht oben eine Summe, kein Produkt.

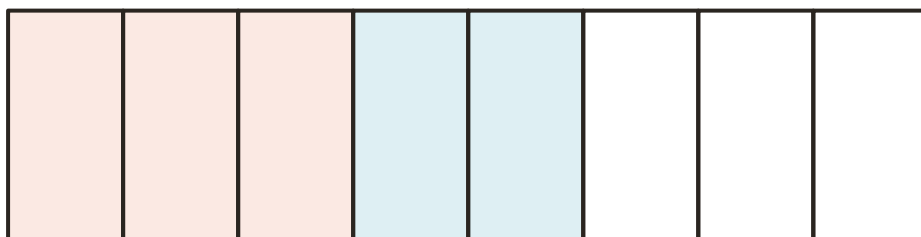
2. Brüche mit gleichem Nenner addieren und subtrahieren

Haben zwei Brüche denselben Nenner, ist das Rechnen besonders einfach. Der Nenner sagt, in wie viele Teile das Ganze zerlegt ist, und der bleibt beim Rechnen gleich. Du verrechnest nur die Zähler.

- Bei **gleichem Nenner** addierst oder subtrahierst du nur die **Zähler**.
- Der **Nenner bleibt stehen** und wird nicht verändert.
- Am Ende prüfst du immer, ob sich das Ergebnis **kürzen** lässt.

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3+2}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{7}{10} - \frac{3}{10} = \frac{7-3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$



3 Achtel (rosa) plus 2 Achtel (hellblau) ergeben 5 Achtel

🔔 Merksatz

Gleicher Nenner: **Zähler rechnen, Nenner bleibt**. Danach immer kürzen, wenn es geht.

3. Den Hauptnenner finden (kleinstes gemeinsames Vielfaches)

Wenn zwei Brüche verschiedene Nenner haben, musst du sie zuerst auf einen gemeinsamen Nenner bringen. Der beste gemeinsame Nenner ist der **Hauptnenner** — das **kleinste gemeinsame Vielfache (kgV)** der beiden Nenner. Er ist die kleinste Zahl, die beide Nenner ohne Rest teilen.

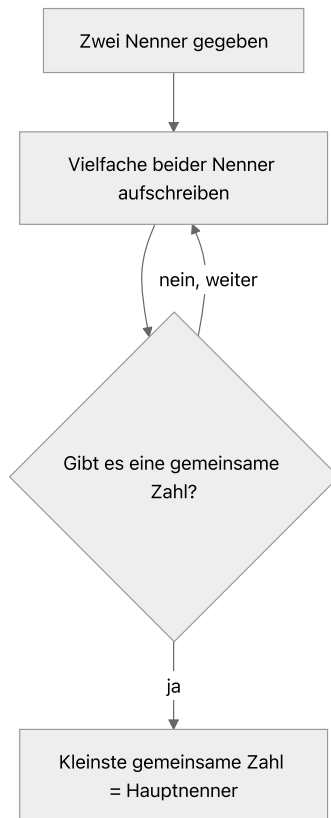
So findest du das kgV (Vielfachen-Methode):

1. Schreibe die Vielfachen des ersten Nenners auf.
2. Schreibe die Vielfachen des zweiten Nenners auf.
3. Suche die **kleinste Zahl**, die in beiden Reihen vorkommt.

kgV von 4 und 6

- Vielfache von 4: 4, 8, **12**, 16, 20, 24 ...
- Vielfache von 6: 6, **12**, 18, 24 ...
- Kleinste gemeinsame Zahl: **12** → Hauptnenner ist 12.

NENNER	KG V / HAUPTNENNER	WARUM
2 und 3	6	6 ist durch 2 und 3 teilbar
4 und 6	12	kleinste Zahl für 4 und 6
3 und 9	9	9 ist schon Vielfaches von 3
5 und 10	10	10 ist schon Vielfaches von 5



Abkürzung

Ist ein Nenner ein Vielfaches des anderen (z. B. 3 und 9), ist der größere Nenner schon der Hauptnenner.

4. Brüche mit verschiedenen Nennern addieren und subtrahieren

Verschiedene Nenner kannst du nicht direkt verrechnen — erst müssen die Brüche **gleichnamig** gemacht werden. Das gelingt, indem du sie auf den Hauptnenner erweiterst. Dann rechnest du wie bei gleichem Nenner weiter.

Schritt für Schritt:

1. Finde den **Hauptnenner** (kgV der Nenner).
2. **Erweitere** jeden Bruch auf diesen Hauptnenner.
3. Addiere oder subtrahiere die **Zähler**, der Nenner bleibt.
4. **Kürze** das Ergebnis, wenn möglich.

$$\triangle \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$$

- Hauptnenner: $\text{kgV}(4, 6) = 12$
- Erweitern: $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ und $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$
- Addieren: $\frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$
- $\frac{5}{12}$ lässt sich nicht weiter kürzen → Ergebnis.

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$$

SCHRITT	BEISPIEL $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$
Hauptnenner	$\text{kgV}(3, 2) = 6$
Erweitern	$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}, \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$
Rechnen	$\frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6}$
Umwandeln	$\frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$

⚠ Häufiger Fehler

Man addiert **nicht** die Nenner. $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$ ist **nicht** $\frac{2}{10}$. Zuerst gleichnamig machen, dann nur die Zähler rechnen.

5. Gemischte Zahlen umwandeln und damit rechnen

Eine **gemischte Zahl** besteht aus einer ganzen Zahl und einem Bruch, zum Beispiel $2\frac{3}{4}$. Für das Rechnen wandelt man sie oft in einen **unechten Bruch** um (Zähler größer als Nenner). Danach kannst du wie gewohnt addieren und subtrahieren.

Gemischte Zahl → unechter Bruch: Ganze Zahl mal Nenner, plus Zähler; Nenner bleibt.

$$2\frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{11}{4}$$

Unechter Bruch → gemischte Zahl: Zähler durch Nenner teilen; Ergebnis ist die ganze Zahl, der Rest bleibt Zähler.

$$\frac{11}{4} = 11 : 4 = 2 \text{ Rest } 3 = 2\frac{3}{4}$$

GEMISCHTE ZAHL	UNECHTER BRUCH	RECHENWEG
$1\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$1 \cdot 2 + 1 = 3$
$2\frac{3}{4}$	$\frac{11}{4}$	$2 \cdot 4 + 3 = 11$
$3\frac{2}{5}$	$\frac{17}{5}$	$3 \cdot 5 + 2 = 17$



Zwei Ganze und drei Viertel: die gemischte Zahl $2\frac{3}{4}$

$\text{A} \quad 1\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$

- Umwandeln: $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$
- Hauptnenner 6: $\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$
- Addieren: $\frac{10}{6} + \frac{5}{6} = \frac{15}{6}$
- Kürzen: $\frac{15}{6} = \frac{5}{2}$
- Als gemischte Zahl: $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

Merksatz

Für sicheres Rechnen: **gemischte Zahlen zuerst in unechte Brüche umwandeln**, dann rechnen, und das Endergebnis wieder als gemischte Zahl schreiben.

6. Ergebnisse vollständig kürzen

Ein Ergebnis ist erst dann fertig, wenn es **vollständig gekürzt** ist. Das bedeutet, dass Zähler und Nenner keinen gemeinsamen Teiler außer 1 mehr haben. Ein unvollständig gekürzter Bruch gilt oft als nicht vollständig gelöst.

So kürzt du vollständig:

1. Suche eine Zahl, durch die **Zähler und Nenner** teilbar sind.
2. Teile beide durch diese Zahl.
3. Wiederhole, bis kein gemeinsamer Teiler mehr da ist.

$$\frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

BRUCH	GEMEINSAMER TEILER	VOLLSTÄNDIG GEKÜRZT
$\frac{4}{8}$	4	$\frac{1}{2}$
$\frac{9}{12}$	3	$\frac{3}{4}$
$\frac{10}{15}$	5	$\frac{2}{3}$
$\frac{16}{24}$	8	$\frac{2}{3}$

Merksatz

Am schnellsten kürzt du mit dem **größten gemeinsamen Teiler**. Wenn du ihn nicht siehst, kürze in mehreren kleinen Schritten — das Ergebnis ist dasselbe.

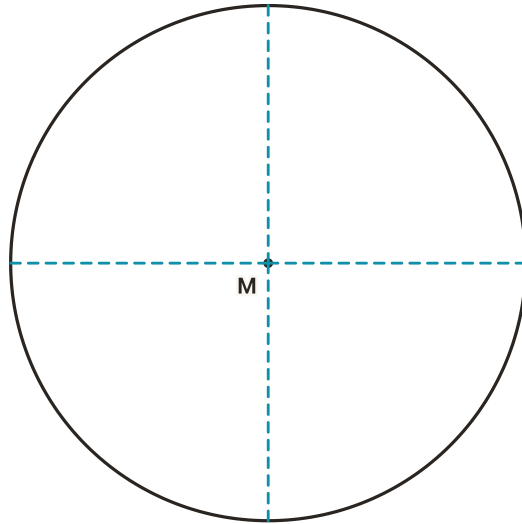
Prüfe zum Schluss

Kontrolliere bei jeder Aufgabe: Lässt sich das Ergebnis noch kürzen? Ist ein unechter Bruch entstanden, schreibe ihn als gemischte Zahl, wenn die Aufgabe es verlangt.

7. Textaufgaben in Brüche übersetzen (Pizza, Zeit, Strecken)

In Textaufgaben stecken die Brüche in der Sprache: „ein Viertel der Pizza“, „eine halbe Stunde“, „ein Drittel der Strecke“. Deine Aufgabe ist es, die Wörter in Brüche zu übersetzen und dann zu rechnen. Achte immer darauf, was **das Ganze** ist.

- Bei **Pizza/Kuchen** ist das Ganze eine Pizza = $\frac{8}{8}$ oder 1; die Stücke sind Bruchteile.
- Bei **Zeit** ist eine Stunde das Ganze; $\frac{1}{2}$ Stunde = 30 min, $\frac{1}{4}$ Stunde = 15 min.
- Bei **Strecken** ist der ganze Weg das Ganze; man addiert die zurückgelegten Bruchteile.



Eine Pizza in Viertel geteilt: jedes Stück ist $\frac{1}{4}$

Pizza-Aufgabe

Lena isst $\frac{3}{8}$ einer Pizza, Tom isst $\frac{1}{4}$. Wie viel ist zusammen gegessen?

- Übersetzen: $\frac{3}{8} + \frac{1}{4}$
- Hauptnenner 8: $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$
- Rechnen: $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$
- Antwort: Zusammen sind $\frac{5}{8}$ der Pizza gegessen.

Zeit-Aufgabe

Jan lernt $\frac{1}{2}$ Stunde Mathe und $\frac{1}{3}$ Stunde Deutsch. Wie lange lernt er insgesamt?

- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$, Hauptnenner 6
- $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ Stunde
- $\frac{5}{6}$ Stunde = 50 Minuten (weil $\frac{1}{6}$ Stunde = 10 min).

Merksatz

Schreibe zu jeder Textaufgabe zuerst den **Rechenansatz** als Bruchterm auf, rechne dann, und beende mit einem **Antwortsatz**.

Glossar

BEGRIFF	DEFINITION
Erweitern	Zähler und Nenner werden mit derselben Zahl multipliziert; der Wert bleibt gleich.
Gemischte Zahl	Zahl aus einer ganzen Zahl und einem Bruch, z. B. $2\frac{3}{4}$.
Gleichnamig	Zwei oder mehr Brüche haben denselben Nenner.
Hauptnenner	Der gemeinsame Nenner, den man zum Rechnen nutzt; meist das kgV der Nenner.
Kürzen	Zähler und Nenner werden durch dieselbe Zahl dividiert; der Wert bleibt gleich.
kgV (kleinstes gemeinsames Vielfaches)	Die kleinste Zahl, die durch beide Nenner ohne Rest teilbar ist.
Nenner	Die Zahl unter dem Bruchstrich; sie gibt an, in wie viele Teile das Ganze geteilt ist.
Unechter Bruch	Bruch, dessen Zähler größer oder gleich dem Nenner ist, z. B. $\frac{11}{4}$.
Vollständig gekürzt	Zähler und Nenner haben außer 1 keinen gemeinsamen Teiler mehr.
Zähler	Die Zahl über dem Bruchstrich; sie gibt an, wie viele Teile gemeint sind.

FAQ — typische Prüfungsfragen

Was bedeutet es, einen Bruch zu erweitern?

Einen Bruch zu erweitern bedeutet, Zähler und Nenner mit **derselben Zahl zu multiplizieren**. Der Wert des Bruchs bleibt dabei unverändert, nur die Schreibweise wird feiner. So wird zum Beispiel $\frac{2}{3}$ mit 4 erweitert zu $\frac{8}{12}$. Erweitern brauchst du vor allem, um Brüche gleichnamig zu machen.

Wie addiere ich Brüche mit gleichem Nenner?

Bei gleichem Nenner addierst du **nur die Zähler**, während der Nenner unverändert stehen bleibt. Der Nenner sagt ja, in wie viele Teile das Ganze geteilt ist, und das ändert sich beim Addieren nicht. Zum Beispiel ist $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$. Zum Schluss prüfst du immer, ob sich das Ergebnis kürzen lässt.

Wie finde ich den Hauptnenner?

Der Hauptnenner ist das **kleinste gemeinsame Vielfache (kgV)** der beiden Nenner. Du schreibst die Vielfachen beider Nenner auf und suchst die kleinste Zahl, die in beiden Reihen vorkommt. Für 4 und 6 sind das die Vielfachen 4, 8, 12 ... und 6, 12 ..., also ist 12 der Hauptnenner. Ist ein Nenner schon Vielfaches des anderen, ist der größere Nenner der Hauptnenner.

Warum darf ich Brüche mit verschiedenen Nennern nicht direkt addieren?

Weil die Brüche verschieden große Teile beschreiben und man nur **gleich große Teile** zusammenzählen kann. Ein Viertel und ein Sechstel sind unterschiedlich groß, deshalb müssen die Brüche zuerst auf den Hauptnenner erweitert werden. Erst wenn beide gleichnamig sind, addiert man die Zähler. Man addiert dabei niemals die Nenner.

Wie wandle ich eine gemischte Zahl in einen unechten Bruch um?

Du rechnest **ganze Zahl mal Nenner plus Zähler**, und der Nenner bleibt gleich. Bei $2\frac{3}{4}$ rechnest du also $2 \cdot 4 + 3 = 11$ und erhältst $\frac{11}{4}$. Diese Umwandlung hilft, weil man mit unechten Brüchen leichter rechnet. Das Endergebnis schreibt man dann oft wieder als gemischte Zahl.

Wie wandle ich einen unechten Bruch in eine gemischte Zahl um?

Du teilst den **Zähler durch den Nenner** mit Rest. Das Ergebnis der Division ist die ganze Zahl, der Rest wird der neue Zähler, und der Nenner bleibt. Zum Beispiel ist $\frac{11}{4} = 11 : 4 = 2 \text{ Rest } 3$, also $2\frac{3}{4}$. So machst du große Ergebnisse übersichtlicher.

Wann ist ein Bruch vollständig gekürzt?

Ein Bruch ist vollständig gekürzt, wenn **Zähler und Nenner keinen gemeinsamen Teiler außer 1** mehr haben. Solange es noch eine Zahl gibt, durch die beide teilbar sind, kürzt man weiter. Zum Beispiel ist $\frac{12}{18}$ noch nicht fertig, denn es lässt sich zu $\frac{2}{3}$ kürzen. Ein vollständig gekürztes Ergebnis gehört zu jeder sauberen Lösung.

Darf ich in einer Summe wie $\frac{2+3}{4}$ die Zahlen einzeln kürzen?

Nein, das ist ein häufiger Fehler. Kürzen ist nur bei **Faktoren** erlaubt, nicht bei einzelnen Summanden. In $\frac{2+3}{4}$ steht oben eine Summe, deshalb rechnet man zuerst $2 + 3 = 5$ und erhält $\frac{5}{4}$. Erst danach prüft man, ob sich der ganze Bruch kürzen lässt.

Wie gehe ich bei einer Textaufgabe vor?

Zuerst übersetzt du die Wörter in einen **Bruchterm** und überlegst, was das Ganze ist. Dann bringst du die Brüche auf den Hauptnenner und rechnest. Zum Schluss kürzt du das Ergebnis und schreibst einen vollständigen **Antwortsatz**. So verlierst du keinen Zwischenschritt und beantwortest genau die Frage.

Wie rechne ich $\frac{1}{2}$ Stunde in Minuten um?

Eine Stunde hat 60 Minuten, also ist $\frac{1}{2}$ Stunde die Hälfte davon, nämlich 30 Minuten. Für andere Brüche teilst du 60 durch den Nenner und multiplizierst mit dem Zähler. So sind $\frac{1}{4}$ Stunde 15 Minuten und $\frac{5}{6}$ Stunde 50 Minuten. Diese Umrechnung brauchst du bei allen Zeit-Aufgaben.