

Brüche und Dezimalzahlen – Lernzettel

Mathe · Klasse 6 · 7 Kapitel · Glossar · Prüfungsfragen

Brüche und Dezimalzahlen sind zwei Schreibweisen für dieselben Zahlen — mit ein bisschen Übung wechselst du mühelos zwischen ihnen hin und her. Nach dem Durcharbeiten kannst du Brüche in Dezimalzahlen umwandeln (und umgekehrt), Stellenwerte benennen, Dezimalzahlen vergleichen, ordnen und runden, Zahlen am Zahlenstrahl eintragen und periodische Dezimalzahlen erkennen und richtig aufschreiben.

1. Brüche in Dezimalzahlen umwandeln (Zehnerbrüche und Division)

Ein Bruch ist nichts anderes als eine Divisionsaufgabe: $\frac{3}{4}$ bedeutet „3 geteilt durch 4“. Um einen Bruch in eine Dezimalzahl zu verwandeln, gibt es zwei Wege — den schnellen Weg über **Zehnerbrüche** und den sicheren Weg über die **schriftliche Division**.

Weg 1 — Erweitern zum Zehnerbruch: Wenn du den Nenner durch Erweitern zu 10, 100 oder 1000 machen kannst, ist die Umwandlung ein Kinderspiel.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = 0,75$$

Weg 2 — Zähler durch Nenner teilen: Klappt immer, auch wenn kein Zehnerbruch möglich ist.

$$\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375$$

- Ein **Zehnerbruch** ist ein Bruch, dessen Nenner 10, 100, 1000 usw. ist — er lässt sich direkt als Dezimalzahl schreiben.
- Die Anzahl der Nullen im Nenner sagt dir, wie viele Stellen hinter dem Komma stehen: $\frac{75}{100}$ hat zwei Nullen, also zwei Nachkommastellen (0,75).
- Die schriftliche Division funktioniert immer: Du teilst den Zähler durch den Nenner und hängst bei Bedarf Nullen an.

💡 Merksatz

Der Bruchstrich ist ein Geteiltzeichen. $\frac{a}{b}$ heißt immer $a : b$. Wenn du zum Zehnerbruch erweitern kannst, nimm den schnellen Weg — sonst dividiere schriftlich.

Beispiel: $\frac{7}{20}$ umwandeln

- Erweitern: $20 \cdot 5 = 100$, also erweiterst du mit 5.
- $\frac{7 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{35}{100} = 0,35$

Häufiger Fehler

Nicht jeder Nenner lässt sich zu einem Zehnerbruch erweitern (z. B. 3, 7, 9). Dann musst du dividieren — oft entsteht dabei eine periodische Dezimalzahl (siehe Abschnitt 7).

2. Dezimalzahlen in Brüche umwandeln und kürzen

Auch der umgekehrte Weg ist mit einem Trick leicht: Du liest die Dezimalzahl als Zehnerbruch und **kürzt** ihn dann so weit wie möglich. Der Nenner richtet sich nach der letzten Nachkommastelle.

Schritt für Schritt:

1. Zähle die Nachkommastellen — sie bestimmen den Nenner (1 Stelle $\rightarrow$ 10, 2 Stellen $\rightarrow$ 100, 3 Stellen $\rightarrow$ 1000).
2. Schreibe die Ziffern ohne Komma als Zähler.
3. Kürze den Bruch mit dem größten gemeinsamen Teiler.

$$0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

DEZIMALZAHL	NACHKOMMASTELLEN	ZEHNERBRUCH	GEKÜRZT
0,5	1	$\frac{5}{10}$	$\frac{1}{2}$
0,8	1	$\frac{8}{10}$	$\frac{4}{5}$
0,25	2	$\frac{25}{100}$	$\frac{1}{4}$
0,125	3	$\frac{125}{1000}$	$\frac{1}{8}$

- **Kürzen** heißt: Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl teilen, ohne den Wert des Bruchs zu ändern.
- Bei Zahlen größer als 1 (z. B. 2,75) bleibt der ganze Teil stehen: $2,75 = 2\frac{3}{4}$ oder als unechter Bruch $\frac{11}{4}$.

💡 Merksatz

Nachkommastellen zählen → Nenner ist die 1 mit so vielen Nullen → Ziffern als Zähler → kürzen. Fertig!

⚠ Häufiger Fehler

0,5 ist nicht $\frac{5}{100}$! Nur **eine** Nachkommastelle bedeutet Nenner **10**, also $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

3. Stellenwerte hinter dem Komma: Zehntel, Hundertstel, Tausendstel

Jede Ziffer in einer Dezimalzahl hat einen festen Platz — ihren **Stellenwert**. Vor dem Komma stehen Einer, Zehner, Hunderter; hinter dem Komma werden die Stellen immer zehnmal kleiner: Zehntel, Hundertstel, Tausendstel.

STELLE	NAME	BRUCH	BEISPIELE
1. nach dem Komma	Zehntel	$\frac{1}{10}$	die 4 in 3,4
2. nach dem Komma	Hundertstel	$\frac{1}{100}$	die 7 in 3,47
3. nach dem Komma	Tausendstel	$\frac{1}{1000}$	die 5 in 3,475

Nimm die Zahl 3,475: Sie besteht aus 3 Einern, 4 Zehnteln, 7 Hundertsteln und 5 Tausendsteln.

$$3,475 = 3 + \frac{4}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1000}$$

- Das Komma trennt den ganzen Teil (links) vom gebrochenen Teil (rechts).
- Je weiter rechts eine Ziffer steht, desto kleiner ist ihr Wert.
- **Endnullen hinter dem Komma** ändern den Wert nicht: $0,5 = 0,50 = 0,500$.

💡 Merksatz

Nach dem Komma geht es zehntel-, hundertstel-, tausendstelweise — jede Stelle ist zehnmal kleiner als die davor.

📄 Hinweis

Das Anhängen von Endnullen ist erlaubt und oft nützlich, wenn du Dezimalzahlen mit unterschiedlich vielen Nachkommastellen vergleichen willst (siehe Abschnitt 4).

4. Dezimalzahlen vergleichen und der Größe nach ordnen

Beim Vergleichen von Dezimalzahlen gehst du **stellenweise von links nach rechts** vor. Du vergleichst zuerst den ganzen Teil, dann die Zehntel, dann die Hundertstel und so weiter — bei der ersten Stelle, in der sich die Zahlen unterscheiden, steht die Entscheidung fest.

Schritt für Schritt:

1. Vergleiche zuerst den ganzen Teil vor dem Komma.
2. Sind sie gleich, vergleiche die Zehntel, dann die Hundertstel usw.
3. Tipp: Fülle mit Endnullen auf, damit alle Zahlen gleich viele Nachkommastellen haben.

VERGLEICH	MIT ENDNULLEN	ERGEBNIS
0,7 und 0,65	0,70 und 0,65	$0,7 > 0,65$
1,3 und 1,30	1,30 und 1,30	$1,3 = 1,30$
2,45 und 2,5	2,45 und 2,50	$2,45 < 2,5$

Beispiel: Ordne aufsteigend

Ordne 0,8; 0,75; 0,805; 0,78.

- Mit Endnullen: 0,800; 0,750; 0,805; 0,780.
- Aufsteigend: $0,75 < 0,78 < 0,8 < 0,805$

Häufiger Fehler

„Mehr Ziffern = größere Zahl“ ist falsch! 0,65 hat mehr Ziffern als 0,7, ist aber **kleiner**. Entscheidend ist der Stellenwert, nicht die Länge.

Merksatz

Vergleiche Stelle für Stelle von links nach rechts. Bei Gleichstand rückst du eine Stelle weiter nach rechts.

5. Dezimalzahlen runden

Beim **Runden** verkürzt du eine Dezimalzahl auf eine bestimmte Stelle. Entscheidend ist immer die **Ziffer direkt rechts** von der Rundungsstelle: Ist sie 0, 1, 2, 3 oder 4, wird abgerundet; ist sie 5, 6, 7, 8 oder 9, wird aufgerundet.

Schritt für Schritt:

1. Suche die Stelle, auf die gerundet werden soll (z. B. Zehntel).
2. Schau auf die Ziffer rechts daneben.
3. 0–4: abrunden (Rundungsstelle bleibt). 5–9: aufrunden (Rundungsstelle +1).
4. Alle Ziffern rechts der Rundungsstelle fallen weg.

ZAHL	RUNDEN AUF	NACHBARZIFFER	ERGEBNIS
3,47	Zehntel	7 (aufrunden)	3,5
3,42	Zehntel	2 (abrunden)	3,4
2,358	Hundertstel	8 (aufrunden)	2,36
0,649	Zehntel	4 (abrunden)	0,6

Merksatz

0 bis 4 wird abgerundet, 5 bis 9 wird aufgerundet. Es zählt nur die eine Ziffer direkt rechts von der Rundungsstelle.

Beispiel: 4,96 auf Zehntel runden

- Rundungsstelle ist die 9 (Zehntel), Nachbar ist 6 → aufrunden.
- $9 + 1 = 10$: Der Übertrag geht in den ganzen Teil.
- Ergebnis: $4,96 \approx 5,0$

Häufiger Fehler

Nicht Stück für Stück runden! 2,349 auf Zehntel ist 2,3 (nur die 4 zählt) — nicht erst 2,35 und dann 2,4.

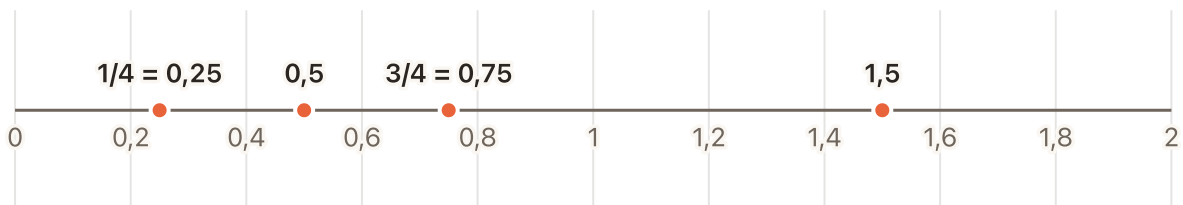
6. Brüche und Dezimalzahlen am Zahlenstrahl eintragen

Am **Zahlenstrahl** kannst du Brüche und Dezimalzahlen als Punkte sichtbar machen. Der Trick: Teile den Abstand zwischen zwei ganzen Zahlen in gleich große Abschnitte — bei Zehnteln in 10 Teile, bei Hundertsteln feiner.

Schritt für Schritt:

1. Wandle Brüche zuerst in Dezimalzahlen um, damit du sie leichter vergleichen kannst.
2. Bestimme, zwischen welchen ganzen Zahlen der Wert liegt.
3. Teile diesen Abschnitt in 10 gleiche Teile (Zehntel) und zähle ab.

Auf der folgenden Zahlengeraden siehst du, wo einige Werte liegen. Die Werte 0,25, 0,5, 0,75 und 1,5 sind an ihrer jeweiligen Position markiert.



Brüche und Dezimalzahlen als Punkte auf dem Zahlenstrahl

BRUCH	DEZIMALZAHL	LIEGT ZWISCHEN
$\frac{1}{4}$	0,25	0 und 1
$\frac{1}{2}$	0,5	0 und 1
$\frac{3}{4}$	0,75	0 und 1
$\frac{3}{2}$	1,5	1 und 2

Merksatz

Erst umwandeln, dann eintragen: Als Dezimalzahl siehst du sofort, in welchen Zehntel-Abschnitt der Punkt gehört.

Hinweis

Gleich große Zahlen liegen am selben Punkt: $\frac{1}{2}$ und 0,5 treffen sich genau in der Mitte zwischen 0 und 1.

7. Periodische Dezimalzahlen erkennen und schreiben

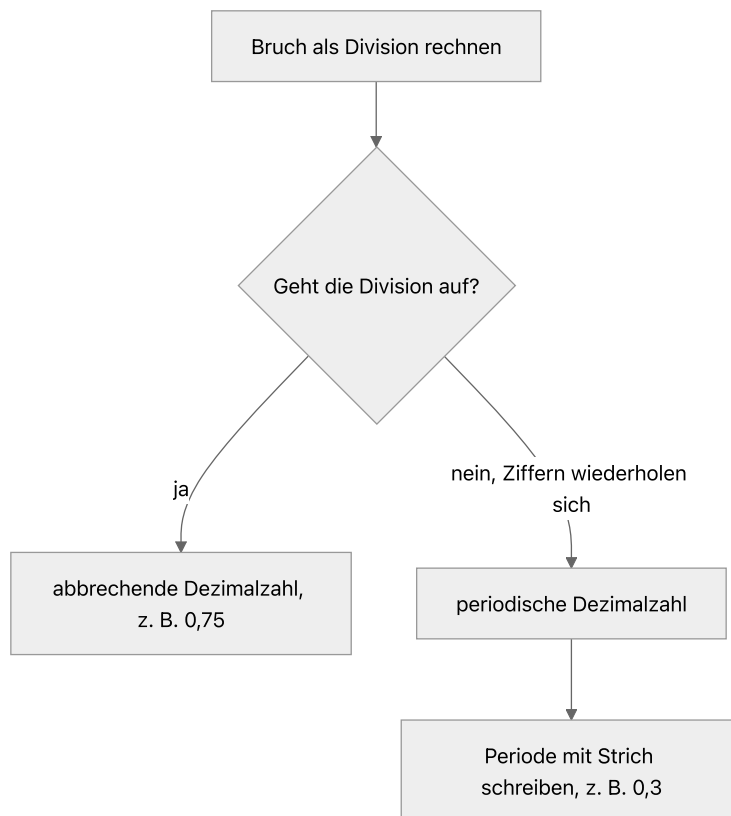
Manche Brüche ergeben beim Dividieren keine abbrechende Dezimalzahl — die Ziffern wiederholen sich endlos. Das nennt man eine **periodische Dezimalzahl**. Die sich wiederholende Ziffernfolge heißt **Periode** und bekommt einen Strich darüber.

$$\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0,3333 \dots = 0,\overline{3}$$

$$\frac{2}{11} = 2 : 11 = 0,181818 \dots = 0,\overline{18}$$

- Eine **reinperiodische** Zahl beginnt direkt hinter dem Komma zu wiederholen: $0,\overline{6}$.
- Eine **gemischtperiodische** Zahl hat vor der Periode noch andere Ziffern: $0,1\overline{6}$ (das ist $\frac{1}{6}$).
- Der **Periodenstrich** steht nur über den Ziffern, die sich wiederholen.

BRUCH	DIVISION	DEZIMALZAHL	SCHREIBWEISE
$\frac{1}{3}$	$1 : 3$	$0,333 \dots$	$0,\overline{3}$
$\frac{2}{3}$	$2 : 3$	$0,666 \dots$	$0,\overline{6}$
$\frac{1}{6}$	$1 : 6$	$0,1666 \dots$	$0,1\overline{6}$
$\frac{1}{7}$	$1 : 7$	$0,142857 \dots$	$0,\overline{142857}$



🔔 Merksatz

Wiederholen sich beim Teilen die Ziffern endlos, ist die Zahl periodisch. Setze einen Strich genau über die Ziffernfolge, die sich wiederholt.

⚠ Häufiger Fehler

Der Strich gehört nur über die **Periode**! Bei $0,1\overline{6}$ steht der Strich nur über der 6, nicht über der 1 — denn die 1 kommt nur einmal vor.

Glossar

BEGRIFF	DEFINITION
Abrunden	Die Rundungsstelle bleibt unverändert, wenn die Nachbarziffer 0–4 ist.
Aufrunden	Die Rundungsstelle wird um 1 erhöht, wenn die Nachbarziffer 5–9 ist.
Dezimalzahl	Eine Zahl mit Komma, z. B. 0,75; die Stellen hinter dem Komma sind Zehntel, Hundertstel usw.
Erweitern	Zähler und Nenner mit derselben Zahl multiplizieren, ohne den Wert zu ändern.
Hundertstel	Die zweite Stelle nach dem Komma, entspricht $\frac{1}{100}$.
Kürzen	Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl teilen, ohne den Wert zu ändern.
Nenner	Die Zahl unter dem Bruchstrich; sie gibt an, in wie viele Teile geteilt wird.
Periode	Die sich endlos wiederholende Ziffernfolge einer periodischen Dezimalzahl.
Periodische Dezimalzahl	Eine Dezimalzahl, deren Ziffern sich unendlich wiederholen, geschrieben mit Strich.
Stellenwert	Der Wert, den eine Ziffer aufgrund ihrer Position hat.
Tausendstel	Die dritte Stelle nach dem Komma, entspricht $\frac{1}{1000}$.
Zähler	Die Zahl über dem Bruchstrich; sie gibt an, wie viele Teile gemeint sind.
Zehnerbruch	Ein Bruch mit Nenner 10, 100, 1000 usw.
Zehntel	Die erste Stelle nach dem Komma, entspricht $\frac{1}{10}$.
Zahlenstrahl	Eine Gerade, auf der Zahlen als Punkte der Größe nach eingetragen werden.

FAQ — typische Prüfungsfragen

Wie wandelt man einen Bruch in eine Dezimalzahl um?

Ein Bruch bedeutet immer „Zähler geteilt durch Nenner“, deshalb kann man ihn durch Division umwandeln. Wenn sich der Nenner durch Erweitern zu 10, 100 oder 1000 machen lässt, ist der schnellere Weg das Erweitern zum Zehnerbruch. Zum Beispiel ist $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0,75$, weil man mit 25 erweitert. Klappt das nicht, teilt man den Zähler schriftlich durch den Nenner.

Wie wandelt man eine Dezimalzahl in einen Bruch um?

Man zählt zuerst die Nachkommastellen, denn sie bestimmen den Nenner: eine Stelle bedeutet Nenner 10, zwei Stellen Nenner 100 und drei Stellen Nenner 1000. Dann schreibt man die Ziffern ohne Komma in den Zähler und kürzt den Bruch so weit wie möglich. Beispiel: $0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$. Das Kürzen ändert den Wert des Bruchs nicht.

Was bedeuten Zehntel, Hundertstel und Tausendstel?

Das sind die Namen der Stellen hinter dem Komma, wobei jede Stelle zehnmal kleiner ist als die davor. Die erste Stelle nach dem Komma ist das Zehntel ($\frac{1}{10}$), die zweite das Hundertstel ($\frac{1}{100}$), die dritte das Tausendstel ($\frac{1}{1000}$). In 3,475 steht die 4 an der Zehntelstelle und bedeutet $\frac{4}{10}$; die 7 bedeutet $\frac{7}{100}$ und die 5 bedeutet $\frac{5}{1000}$.

Warum ist 0,7 größer als 0,65, obwohl 0,65 mehr Ziffern hat?

Beim Vergleichen von Dezimalzahlen zählt der Stellenwert, nicht die Anzahl der Ziffern. Man vergleicht Stelle für Stelle von links nach rechts. Füllt man mit Endnullen auf, wird aus 0,7 die Zahl 0,70, und 0,70 ist größer als 0,65, weil 7 Zehntel mehr sind als 6 Zehntel.

Wie vergleicht man Dezimalzahlen richtig?

Man vergleicht die Zahlen stellenweise von links nach rechts, beginnend beim ganzen Teil. Sind die ganzen Teile gleich, geht man zu den Zehnteln, dann zu den Hundertsteln und so weiter. Bei der ersten Stelle, in der sie sich unterscheiden, steht die Entscheidung fest. Ein hilfreicher Trick ist, alle Zahlen mit Endnullen auf gleich viele Nachkommastellen zu bringen.

Wie rundet man eine Dezimalzahl?

Man sucht die Stelle, auf die gerundet werden soll, und schaut auf die Ziffer direkt rechts daneben. Ist diese Ziffer 0, 1, 2, 3 oder 4, wird abgerundet und die Rundungsstelle bleibt gleich; ist sie 5, 6, 7, 8 oder 9, wird aufgerundet und die Rundungsstelle um 1 erhöht. Alle Ziffern rechts davon fallen weg. So wird 3,47 auf Zehntel gerundet zu 3,5.

Was ist beim Runden ein häufiger Fehler?

Ein häufiger Fehler ist das schrittweise Runden über mehrere Stellen. Man darf nur auf die eine Ziffer direkt rechts der Rundungsstelle schauen. Bei 2,349 auf Zehntel entscheidet allein die 4, deshalb wird abgerundet zu 2,3 — und nicht erst zu 2,35 und dann fälschlich zu 2,4.

Wie trägt man einen Bruch am Zahlenstrahl ein?

Zuerst wandelt man den Bruch in eine Dezimalzahl um, weil man dann leichter erkennt, wohin der Punkt gehört. Dann bestimmt man, zwischen welchen ganzen Zahlen der Wert liegt, und teilt diesen Abschnitt in zehn gleiche Teile für die Zehntel. Zum Beispiel liegt $\frac{3}{4} = 0,75$ zwischen 0 und 1, genau bei sieben ein halb Zehnteln.

Was ist eine periodische Dezimalzahl?

Eine periodische Dezimalzahl entsteht, wenn eine Division nicht aufgeht und sich die Ziffern endlos wiederholen. Die sich wiederholende Ziffernfolge heißt Periode und wird mit einem Strich darüber geschrieben. Zum Beispiel ist $\frac{1}{3} = 0,3333 \dots = 0,\overline{3}$. So spart man sich das endlose Schreiben.

Worin unterscheiden sich reinperiodische und gemischtperiodische Zahlen?

Bei einer reinperiodischen Zahl beginnt die Periode direkt hinter dem Komma, wie bei $0,\overline{6}$. Bei einer gemischtperiodischen Zahl stehen vor der Periode noch andere Ziffern, wie bei $0,1\overline{6}$, was $\frac{1}{6}$ entspricht. Der Periodenstrich steht in beiden Fällen nur über den Ziffern, die sich tatsächlich wiederholen.

Ändern Endnullen hinter dem Komma den Wert einer Zahl?

Nein, Endnullen hinter dem Komma ändern den Wert nicht, denn 0,5, 0,50 und 0,500 bezeichnen dieselbe Zahl. Das liegt daran, dass die zusätzlichen Nullen null Hundertstel und null Tausendstel bedeuten. Diese Regel ist beim Vergleichen von Dezimalzahlen sehr nützlich, weil man alle Zahlen auf gleich viele Nachkommastellen bringen kann.