

Terme und Gleichungen – Lernzettel

Mathe · Klasse 7 · 8 Kapitel · Glossar · Prüfungsfragen

Dieses Material bringt dir alles bei, was du für die Klassenarbeit zu Termen und Gleichungen brauchst. Nach dem Durcharbeiten kannst du Terme aufstellen und vereinfachen, Klammern auflösen und ausklammern, Gleichungen mit Äquivalenzumformungen lösen, die Probe machen und Textaufgaben in Gleichungen übersetzen. Arbeite die Abschnitte der Reihe nach durch — sie bauen aufeinander auf.

1. Terme aufstellen und Werte einsetzen

Ein **Term** ist ein sinnvoller Rechenausdruck aus Zahlen, Variablen und Rechenzeichen, zum Beispiel $3x + 5$. Eine **Variable** (meist x) ist ein Platzhalter für eine Zahl. Wenn du für die Variable eine konkrete Zahl **einsetzt**, kannst du den **Wert des Terms** berechnen.

- Ein Term hat **kein Gleichheitszeichen** — das unterscheidet ihn von einer Gleichung.
- Beim Aufstellen übersetzt du Wörter in Rechenzeichen: „das Dreifache von x “ wird zu $3x$, „um 5 vermehrt“ wird zu $+5$.
- Beim Einsetzen ersetzt du jede Variable durch die Zahl und beachtest die **Punkt-vor-Strich-Regel** sowie Klammern.
- Setzt du eine negative Zahl ein, schreibst du sie zur Sicherheit in Klammern, also $3 \cdot (-2)$.
- Beim Quadrieren einer negativen Zahl sind die Klammern wichtig: Setzt du $x = -2$ in x^2 ein, rechnest du $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$. Rechne zuerst die Potenz aus und danach die übrigen Schritte nach Punkt-vor-Strich.

Merksatz

Ein Term ist ein Rechenausdruck **ohne** Gleichheitszeichen. Erst wenn du für die Variable eine Zahl einsetzt, entsteht ein berechenbarer Zahlenwert.

Wert eines Terms berechnen

Term: $T(x) = 3x + 5$. Setze $x = 4$ ein:

$$T(4) = 3 \cdot 4 + 5 = 12 + 5 = 17$$

Setze $x = -2$ ein:

$$T(-2) = 3 \cdot (-2) + 5 = -6 + 5 = -1$$

So übersetzt du typische Formulierungen in Terme:

SPRACHE	TERM
Summe von x und 7	$x + 7$
Differenz von x und 3	$x - 3$
Produkt aus 5 und x	$5x$
das Doppelte von x , um 4 vermehrt	$2x + 4$
Quotient aus x und 2	$\frac{x}{2}$
x zum Quadrat	x^2

⚠ Häufiger Fehler

„5 weniger als x “ heißt $x - 5$, **nicht** $5 - x$. Achte genau auf die Reihenfolge, sie ist beim Minus entscheidend.

2. Terme zusammenfassen (gleichartige Glieder)

Ein Term besteht aus **Gliedern**, die durch $+$ und $-$ getrennt sind. **Gleichartige Glieder** haben denselben Variablenteil (z. B. alle mit x oder alle reine Zahlen). Nur gleichartige Glieder darfst du zusammenfassen, indem du ihre **Koeffizienten** (die Vorzahlen) addierst oder subtrahierst.

- Der Variablenteil bleibt beim Zusammenfassen unverändert: $3x + 4x = 7x$.
- Reine Zahlen (ohne Variable) sind untereinander gleichartig: $5 + 2 = 7$.
- x^2 und x sind **nicht** gleichartig, weil sich die Hochzahl unterscheidet.
- $2x$ und $2y$ sind **nicht** gleichartig, weil die Variablen verschieden sind.

AUSDRUCK	GLEICHARTIG?	ERGEBNIS
$3x + 5x$	ja	$8x$
$7a - 2a$	ja	$5a$
$4x + 3$	nein	$4x + 3$ (bleibt)
$2x^2 + 5x^2$	ja	$7x^2$
$6y - y$	ja	$5y$

Merksatz

Zusammenfassen heißt: **gleichartige Glieder sammeln** und ihre Koeffizienten verrechnen. Der Variablenteil bleibt gleich — er wird nie addiert.

Term ordnen und zusammenfassen

$$4x + 3 + 2x - 5 = (4x + 2x) + (3 - 5) = 6x - 2$$

Sortiere zuerst nach gleichartigen Gliedern, dann rechne jede Gruppe für sich.

Vorzeichen mitnehmen

Jedes Glied behält das Vorzeichen, das direkt davorsteht. Bei $7 - 2x + 5x$ gehört das Minus zu $2x$, also $-2x + 5x = 3x$, Ergebnis $7 + 3x$.

3. Klammern auflösen: Distributivgesetz und Minusklammer

Steht ein Faktor vor einer Klammer, löst du sie mit dem **Distributivgesetz** auf: Du multiplizierst den Faktor mit **jedem** Glied in der Klammer. Steht nur ein Minus vor der Klammer, ist das wie „mal (-1) “ — dabei **drehen sich alle Vorzeichen** in der Klammer um.

Distributivgesetz:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Minusklammer:

$$-(b + c) = -b - c \quad -(b - c) = -b + c$$

So löst du eine Klammer Schritt für Schritt auf:

1. Bestimme den Faktor vor der Klammer (bei einer Minusklammer ist es -1).
2. Multipliziere den Faktor mit dem **ersten** Glied der Klammer.
3. Multipliziere den Faktor mit dem **zweiten** Glied — Vorzeichen beachten.
4. Schreibe das Ergebnis ohne Klammer und fasse gleichartige Glieder zusammen.

AUSDRUCK	AUFGELOST
$3(x + 4)$	$3x + 12$
$2(3x - 5)$	$6x - 10$

AUSDRUCK	AUFGELOST
$-(x + 7)$	$-x - 7$
$-(4x - 2)$	$-4x + 2$
$-5(2x - 3)$	$-10x + 15$

🔔 Merksatz

Bei einem Minus vor der Klammer drehen sich **alle** Vorzeichen um. Vergiss nie das zweite (oder dritte) Glied — der Faktor gilt für die ganze Klammer.

🧪 Klammern auflösen und zusammenfassen

$$\begin{aligned}
 &2(x + 3) - (x - 4) \\
 &= 2x + 6 - x + 4 \\
 &= x + 10
 \end{aligned}$$

⚠️ Der klassische Fehler

$-(4x - 2)$ ergibt $-4x + 2$, **nicht** $-4x - 2$. Das Minus wirkt auf jedes Glied, also wird aus -2 ein $+2$.

4. Terme ausklammern

Ausklammern ist die Umkehrung des Distributivgesetzes: Du suchst einen **gemeinsamen Faktor** aller Glieder und ziehst ihn vor die Klammer. Das macht Terme kürzer und hilft später beim Rechnen mit Gleichungen und Brüchen.

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

- Suche die größte Zahl, durch die sich alle Koeffizienten (Vorzahlen) ohne Rest teilen lassen — den **größten gemeinsamen Teiler (ggT)**. Bei 12 und 18 ist das die 6.
- Kommt eine Variable in **allen** Gliedern vor, kannst du auch sie ausklammern.
- Zur Kontrolle löst du die Klammer wieder auf — dann muss der Ausgangsterm herauskommen.

TERM	GEMEINSAMER FAKTOR	AUSGEKLAMMERT
$6x + 9$	3	$3(2x + 3)$
$4x + 8$	4	$4(x + 2)$
$10x - 15$	5	$5(2x - 3)$
$3x^2 + 6x$	$3x$	$3x(x + 2)$

Merksatz

Ausklammern heißt: den gemeinsamen Faktor vor die Klammer ziehen. Probe durch Auflösen der Klammer — es muss der Startterm herauskommen.

Ausklammern mit Kontrolle

$$12x + 8 = 4 \cdot 3x + 4 \cdot 2 = 4(3x + 2)$$

Kontrolle: $4(3x + 2) = 12x + 8$ ✓

5. Gleichungen durch Äquivalenzumformungen lösen

Eine **Gleichung** hat zwei Seiten, die durch ein Gleichheitszeichen verbunden sind, z. B. $3x + 5 = 20$. **Lösen** heißt, die Variable allein auf eine Seite zu bringen. Dazu benutzt du **Äquivalenzumformungen**: Du machst auf **beiden Seiten dasselbe**, dann bleibt die Lösung gleich.

Erlaubt sind auf beiden Seiten:

UMFORMUNG	BEISPIEL-NOTATION
dieselbe Zahl addieren	$ +5$
dieselbe Zahl subtrahieren	$ -3$
mit derselben Zahl ($\neq 0$) multiplizieren	$ \cdot 2$
durch dieselbe Zahl ($\neq 0$) dividieren	$: 4$

So löst du eine einfache Gleichung:

1. Bringe alle Zahlen ohne x mit $+$ oder $-$ auf die andere Seite.
2. Bringe alle x -Glieder auf eine Seite.

3. Teile durch den Koeffizienten vor dem x .

4. Schreibe die Lösung auf: $x = \dots$

🔔 Merksatz

Was du auf der einen Seite tust, musst du auch auf der anderen tun — sonst stimmt die Waage nicht mehr. Die **Umformung schreibst du immer hinter einen senkrechten Strich**.

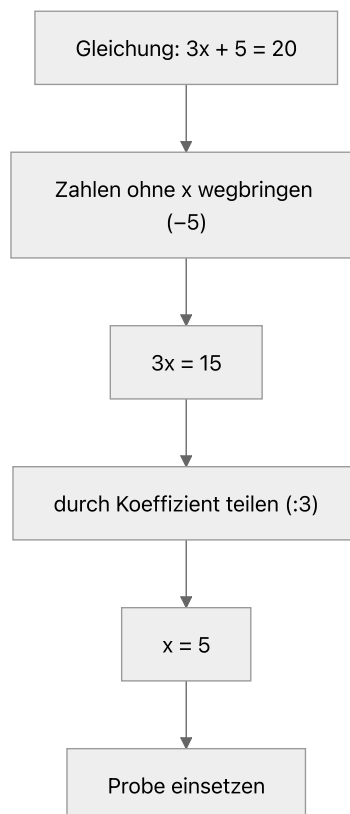
🧪 Gleichung lösen

$$3x + 5 = 20 \quad | -5$$

$$3x = 15 \quad | : 3$$

$$x = 5$$

Man kann sich eine Gleichung wie eine **Waage** vorstellen, die im Gleichgewicht bleibt, solange man auf beiden Seiten gleich viel wegnimmt oder hinzufügt.



6. Gleichungen mit Klammern und mit x auf beiden Seiten

Sind in einer Gleichung Klammern enthalten, löst du sie **zuerst** auf (Abschnitt 3). Steht auf **beiden Seiten** ein x , bringst du alle x -Glieder mit einer Umformung auf eine Seite und alle Zahlen auf die andere.

So gehst du vor:

1. Klammern auflösen (Distributivgesetz, Minusklammer).
2. Auf jeder Seite gleichartige Glieder zusammenfassen.
3. x -Glieder auf **eine** Seite bringen (meist dorthin, wo mehr x steht).
4. Zahlen auf die andere Seite bringen.
5. Durch den Koeffizienten teilen und Probe machen.

Klammern und x auf beiden Seiten

$$2(x + 3) = 5x - 9$$

$$2x + 6 = 5x - 9 \quad | -2x$$

$$6 = 3x - 9 \quad | +9$$

$$15 = 3x \quad | : 3$$

$$x = 5$$

SITUATION	ERSTER SCHRITT
Klammer in der Gleichung	Klammer auflösen
x auf beiden Seiten	x -Glieder mit $+/-$ auf eine Seite
Zahlen auf beiden Seiten	Zahlen mit $+/-$ auf die andere Seite
Koeffizient vor x	zum Schluss durch ihn teilen

Eine hilfreiche Reihenfolge

Meist ist es am einfachsten, zuerst die Klammern aufzulösen und gleichartige Glieder zusammenzufassen. Danach bringst du die x -Glieder auf eine Seite und die Zahlen auf die andere. Zum Schluss teilst du durch die Zahl vor dem x . Manchmal geht es auch kürzer, indem du schon vorher beide Seiten durch dieselbe Zahl (ungleich null) teilst: $2(x + 3) = 10 \quad | : 2$ ergibt $x + 3 = 5$, also $x = 2$.

7. Die Probe machen

Mit der **Probe** prüfst du, ob deine Lösung wirklich stimmt. Du setzt den gefundenen Wert für x in die **ursprüngliche** Gleichung ein und berechnest **linke Seite** und **rechte Seite** getrennt. Kommt auf beiden Seiten dieselbe Zahl heraus, ist die Lösung richtig.

So machst du die Probe:

1. Nimm die **ursprüngliche** Gleichung (nicht die umgeformte).
2. Setze den gefundenen Wert für jedes x ein.
3. Berechne die **linke Seite (LS)**.
4. Berechne die **rechte Seite (RS)**.
5. Vergleiche: Ist $LS = RS$, stimmt die Lösung.

 **Probe für $x = 5$ bei $3x + 5 = 20$**

- **LS:** $3 \cdot 5 + 5 = 15 + 5 = 20$
- **RS:** 20
- $LS = RS = 20$ ✓ — die Lösung $x = 5$ ist richtig.

 **Merksatz**

Immer in die **ursprüngliche** Gleichung einsetzen und die beiden Seiten **getrennt** ausrechnen. Nur wenn beide gleich sind, ist die Lösung korrekt.

 **Nicht in die umgeformte Gleichung einsetzen**

Ein Rechenfehler beim Umformen würde sonst unentdeckt bleiben. Die Probe ist nur dann eine echte Kontrolle, wenn du die Ausgangsgleichung verwendest.

8. Textaufgaben in Gleichungen übersetzen

Bei einer **Textaufgabe** übersetzt du die Sprache in eine Gleichung, löst sie und beantwortest die Frage in einem **Antwortsatz**. Der wichtigste Schritt ist, die gesuchte Größe als Variable festzulegen.

So löst du eine Textaufgabe:

1. **Was ist gesucht?** Lege fest: „Sei $x = \dots$ “.
2. **Gleichung aufstellen:** Übersetze die Angaben in einen Term und setze sie gleich.

3. **Gleichung lösen** mit Äquivalenzumformungen.

4. **Probe** machen.

5. **Antwortsatz** schreiben.

TEXTBAUSTEIN	MATHEMATISCH
„eine Zahl“	x
„das Doppelte der Zahl“	$2x$
„um 7 größer“	$x + 7$
„um 4 kleiner“	$x - 4$
„das Ergebnis ist 30“	$\dots = 30$
„zusammen ergeben sie“	Summe = ...

Musteraufgabe

„Denke dir eine Zahl. Verdreifache sie und addiere 4. Das Ergebnis ist 19. Wie lautet die Zahl?“

- Sei x die gesuchte Zahl.
- Gleichung: $3x + 4 = 19$

$$3x + 4 = 19 \quad | -4$$

$$3x = 15 \quad | : 3$$

$$x = 5$$

- Probe: $3 \cdot 5 + 4 = 19$ ✓
- **Antwort:** Die gesuchte Zahl ist 5.

Merksatz

Erst festlegen, was x bedeutet, dann die Gleichung aufstellen. Am Ende gehört immer ein vollständiger **Antwortsatz** dazu.

Glossar

BEGRIFF	DEFINITION
Äquivalenzumformung	Umformung einer Gleichung, bei der auf beiden Seiten dasselbe getan wird, sodass die Lösung gleich bleibt.
Ausklammern	Umkehrung des Distributivgesetzes: der gemeinsame Faktor wird vor die Klammer gezogen.
Distributivgesetz	Regel $a(b + c) = ab + ac$: ein Faktor wird mit jedem Glied der Klammer multipliziert.
Gleichartige Glieder	Glieder mit demselben Variablenteil, die man zusammenfassen kann (z. B. $3x$ und $5x$).
Gleichung	Zwei Terme, die durch ein Gleichheitszeichen verbunden sind.
Glied	Teil eines Terms, der durch $+$ oder $-$ von anderen getrennt ist.
Koeffizient	Die Vorzahl vor einer Variablen (bei $7x$ ist 7 der Koeffizient).
Lösung	Der Wert der Variablen, der die Gleichung zu einer wahren Aussage macht.
Minusklammer	Klammer mit Minus davor; beim Auflösen drehen sich alle Vorzeichen um.
Probe	Kontrolle durch Einsetzen der Lösung in die ursprüngliche Gleichung.
Term	Rechenausdruck aus Zahlen, Variablen und Rechenzeichen ohne Gleichheitszeichen.
Variable	Platzhalter für eine Zahl, meist mit x bezeichnet.
Wert eines Terms	Zahl, die herauskommt, wenn man für die Variablen Zahlen einsetzt und rechnet.

FAQ — typische Prüfungsfragen

Was ist der Unterschied zwischen einem Term und einer Gleichung?

Ein Term ist ein Rechenausdruck aus Zahlen, Variablen und Rechenzeichen **ohne** Gleichheitszeichen, zum Beispiel $3x + 5$. Eine Gleichung dagegen verbindet zwei Terme mit einem Gleichheitszeichen, zum Beispiel $3x + 5 = 20$. Einen Term kann man nur vereinfachen oder für ihn einen Wert berechnen, eine Gleichung kann man lösen. Der entscheidende Unterschied ist also das Gleichheitszeichen.

Was sind gleichartige Glieder und warum darf man nur diese zusammenfassen?

Gleichartige Glieder sind Glieder mit genau demselben Variablenteil, also zum Beispiel $3x$ und $5x$ oder zwei reine Zahlen. Nur sie darf man zusammenfassen, weil man dabei ihre Koeffizienten addiert oder subtrahiert und der Variablenteil unverändert bleibt. So ergibt $3x + 5x = 8x$. Verschiedene Variablenteile wie x und x^2 oder x und y kann man nicht verrechnen, weil sie unterschiedliche Größen darstellen.

Wie löst man eine Minusklammer richtig auf?

Ein Minus vor der Klammer bedeutet Multiplikation mit -1 , deshalb drehen sich beim Auflösen **alle** Vorzeichen in der Klammer um. Aus $-(4x - 2)$ wird also $-4x + 2$. Man muss jedes Glied einzeln umdrehen, nicht nur das erste. Der häufigste Fehler ist, das zweite Vorzeichen unverändert zu lassen.

Was bedeutet ausklammern und wie kontrolliere ich es?

Ausklammern ist die Umkehrung des Distributivgesetzes: Man sucht einen gemeinsamen Faktor aller Glieder und zieht ihn vor die Klammer. Aus $6x + 9$ wird mit dem Faktor 3 der Term $3(2x + 3)$. Zur Kontrolle löst man die Klammer wieder auf; kommt der Ausgangsterm heraus, war das Ausklammern richtig. So verbindet man beide Rechenrichtungen sinnvoll.

Was ist eine Äquivalenzumformung?

Eine Äquivalenzumformung ist eine Umformung einer Gleichung, bei der man auf beiden Seiten genau dasselbe tut. Erlaubt sind das Addieren oder Subtrahieren derselben Zahl sowie das Multiplizieren oder Dividieren mit derselben Zahl außer Null. Dadurch bleibt die Lösung der Gleichung unverändert. Man stellt sich das wie eine Waage vor, die im Gleichgewicht bleibt.

In welcher Reihenfolge löst man eine Gleichung mit Klammern?

Zuerst löst man alle Klammern mit dem Distributivgesetz auf und fasst auf jeder Seite die gleichartigen Glieder zusammen. Danach bringt man die x -Glieder auf eine Seite und die Zahlen auf die andere Seite. Zum Schluss teilt man durch den Koeffizienten vor dem x . Das ist eine hilfreiche Reihenfolge. Manchmal geht es auch einfacher: Bei $2(x + 3) = 10$ kannst du zuerst beide Seiten durch 2 teilen. Dann erhältst du $x + 3 = 5$ und anschließend $x = 2$.

Wie bringt man x, wenn es auf beiden Seiten steht, auf eine Seite?

Man wählt eine Seite, meist die mit dem größeren x -Koeffizienten, und subtrahiert das kleinere x -Glied auf beiden Seiten. Bei $2x + 6 = 5x - 9$ rechnet man $-2x$ und erhält $6 = 3x - 9$. So bleibt nur noch auf einer Seite ein x -Glied übrig. Danach löst man die Gleichung wie gewohnt weiter.

Wie macht man die Probe und warum ist sie wichtig?

Bei der Probe setzt man die gefundene Lösung in die ursprüngliche Gleichung ein und berechnet die linke und die rechte Seite getrennt. Sind beide Seiten gleich, ist die Lösung richtig. Die Probe ist wichtig, weil man so eigene Rechenfehler beim Umformen entdeckt. Entscheidend ist, in die ursprüngliche und nicht in

eine umgeformte Gleichung einzusetzen.

Wie geht man bei einer Textaufgabe vor?

Zuerst legt man fest, welche Größe gesucht ist, und bezeichnet sie mit x . Dann übersetzt man die Angaben Schritt für Schritt in eine Gleichung und löst diese mit Äquivalenzumformungen. Anschließend macht man die Probe und schreibt einen vollständigen Antwortsatz. Ohne die Festlegung der Variablen und ohne Antwortsatz ist die Aufgabe nicht vollständig gelöst.

Was ist der Koeffizient und welche Rolle spielt er beim Lösen?

Der Koeffizient ist die Vorzahl vor einer Variablen; bei $7x$ ist es die 7. Beim Lösen einer Gleichung teilt man ganz zum Schluss durch diesen Koeffizienten, um x allein zu bekommen. Steht kein Koeffizient da, ist er 1. Ein negativer Koeffizient wie bei $-3x$ bedeutet, dass man am Ende durch -3 teilt.

Warum bleibt der Variablenteil beim Zusammenfassen unverändert?

Beim Zusammenfassen addiert oder subtrahiert man nur die Koeffizienten, weil man gleiche „Sorten“ zählt. $3x + 5x$ bedeutet drei mal x plus fünf mal x , zusammen also acht mal x , das heißt $8x$. Der Variablenteil x selbst wird dabei nicht verändert, weil er die Sorte angibt und nicht mitgezählt wird. Deshalb darf man nie $x + x = x^2$ schreiben, sondern $x + x = 2x$.