

Binomische Formeln – Probe-Klassenarbeit – Lösungen

Mathe · Klasse 8 · 45 Minuten · 35 Punkte

Rahmendaten

Zeit: 45 Minuten · **Hilfsmittel:** keine (kein Taschenrechner) · **Gesamtpunktzahl:** 35 Punkte
Achte auf saubere Rechenwege und richtige Vorzeichen.

Teil A — Wissen

A1 (3 P) Nenne die drei binomischen Formeln vollständig.

A2 (2 P) Multipliziere aus:

a) $(x + 6)^2$

b) $(x - 6)^2$

A3 (2 P) Faktorisiere:

a) $x^2 - 64$

b) $x^2 + 4x + 4$

Teil B — Anwenden und Erklären

B1 (4 P) Multipliziere aus:

a) $(2x + 5)^2$

b) $(3a - 4)^2$

B2 (4 P) Multipliziere aus und vereinfache, wenn möglich:

a) $(4x + 3)(4x - 3)$

b) $(3ab + 2)(3ab - 2)$

B3 (3 P) Faktorisiere so weit wie möglich:

a) $9x^2 - 25$

b) $x^2 - 20x + 100$

c) $16 + 8x + x^2$

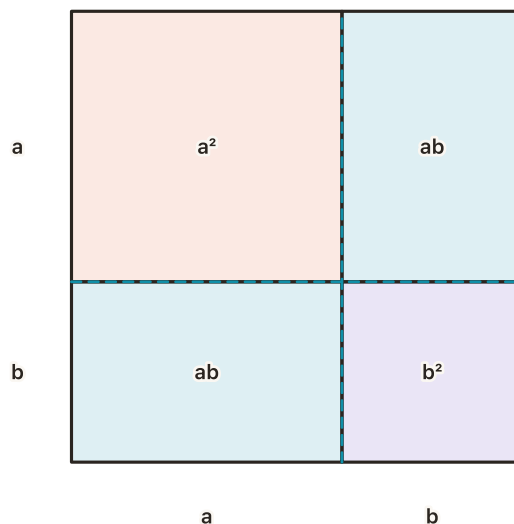
B4 (4 P) Vereinfache den Term $(x + 4)^2 - (x - 4)^2$. Zeige alle Rechenschritte.

Teil C — Transfer und Vertiefung

C1 (4 P) Berechne im Kopf mit einer binomischen Formel und zeige die Zerlegung:

- a) 41^2
b) $48 \cdot 52$

C2 (5 P) Die Abbildung zeigt ein Quadrat mit der Seitenlänge $a + b$.



Ein Quadrat der Seitenlänge $a + b$, zerlegt in a^2 , zweimal ab und b^2

- a) Gib den Flächeninhalt des großen Quadrats als Term $(a + b)^2$ an.
b) Bestimme den Flächeninhalt aus den vier Teilflächen und fasse zusammen.
c) Erkläre, welche binomische Formel diese Zeichnung veranschaulicht.

C3 (4 P) Gegeben ist der Term $(x + 3)(x - 3) + 9$.

- a) Multipliziere aus und vereinfache.
b) Erkläre, warum das Ergebnis für jedes x eine Quadratzahl ist, wenn x eine ganze Zahl ist.

Lösung A1 (3 P)

Je richtige Formel 1 Punkt:

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Lösung A2 (2 P)

a) $(x + 6)^2 = x^2 + 12x + 36$ (1 P)

b) $(x - 6)^2 = x^2 - 12x + 36$ (1 P)

Lösung A3 (2 P)

a) $x^2 - 64 = (x + 8)(x - 8)$ (1 P)

b) $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$ (1 P)

Lösung B1 (4 P)

a) $(2x + 5)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2 = 4x^2 + 20x + 25$ (2 P; je 1 P für $4x^2$ und für $20x$)

b) $(3a - 4)^2 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 4 + 4^2 = 9a^2 - 24a + 16$ (2 P)

Lösung B2 (4 P)

a) $(4x + 3)(4x - 3) = (4x)^2 - 3^2 = 16x^2 - 9$ (2 P)

b) $(3ab + 2)(3ab - 2) = (3ab)^2 - 2^2 = 9a^2b^2 - 4$ (2 P)

Lösung B3 (3 P)

a) $9x^2 - 25 = (3x + 5)(3x - 5)$ (1 P)

b) $x^2 - 20x + 100 = (x - 10)^2$ (1 P)

c) $16 + 8x + x^2 = x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$ (1 P)

Lösung B4 (4 P)

Beide Klammern ausmultiplizieren (je 1 P):

$$(x+4)^2 - (x-4)^2 = (x^2 + 8x + 16) - (x^2 - 8x + 16)$$

Minus auf die Klammer verteilen (1 P):

$$= x^2 + 8x + 16 - x^2 + 8x - 16$$

Zusammenfassen (1 P):

$$= 16x$$

Lösung C1 (4 P)

a) $41^2 = (40 + 1)^2 = 1600 + 80 + 1 = 1681$ (2 P: 1 P Zerlegung, 1 P Ergebnis)

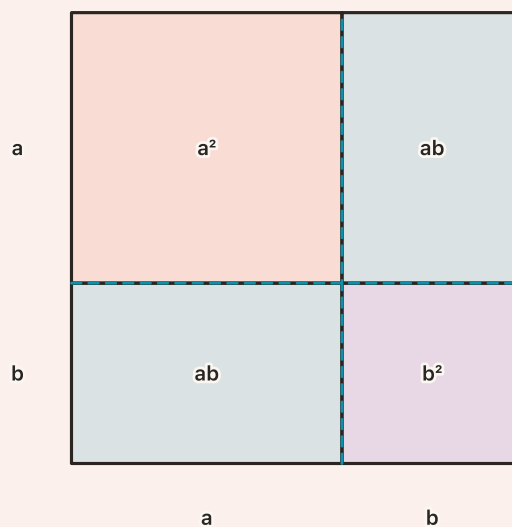
b) $48 \cdot 52 = (50 - 2)(50 + 2) = 2500 - 4 = 2496$ (2 P: 1 P Zerlegung, 1 P Ergebnis)

Lösung C2 (5 P)

a) Der Flächeninhalt des großen Quadrats ist $(a + b)^2$. (1 P)

b) Die vier Teilflächen sind a^2 , ab , ab und b^2 . Zusammen: $a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$. (2 P)

c) Die Zeichnung veranschaulicht die **1. binomische Formel** $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, denn die Gesamtfläche $(a + b)^2$ ist genauso groß wie die Summe der vier Teilflächen. (2 P)



$$a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Lösung C3 (4 P)

a) $(x+3)(x-3) + 9 = x^2 - 9 + 9 = x^2$ (2 P)

b) Das Ergebnis ist x^2 , also das Quadrat von x . Setzt man für x eine ganze Zahl ein, ist x^2 immer eine Quadratzahl (z. B. $x = 5 \Rightarrow 25$). (2 P)

Notenspiegel

NOTE	PUNKTE
1	32–35
2	27–31
3	21–26
4	15–20
5	8–14
6	0–7

Gesamt: 35 Punkte