

Quadratische Funktionen – Probe-Klassenarbeit – Lösungen

Mathe · Klasse 9 · 45 Minuten · 40 Punkte

Rahmendaten

Bearbeitungszeit: 45 Minuten · Hilfsmittel: Taschenrechner, Formelsammlung, Geodreieck ·

Gesamtpunktzahl: 40 Punkte

Teil A – Wissen

A1 (2 P) Nenne die drei wichtigsten Eigenschaften der Normalparabel $y = x^2$.

A2 (2 P) Gib den Scheitelpunkt der Funktion $f(x) = (x - 4)^2 + 3$ an und beschreibe, wie die Parabel gegenüber der Normalparabel verschoben ist.

A3 (2 P) Beschreibe, welche Wirkung der Faktor a in $y = a \cdot x^2$ auf die Parabel hat.

A4 (2 P) Nenne die pq-Formel und erkläre, was die Diskriminante über die Anzahl der Nullstellen aussagt.

Teil B – Anwenden und Erklären

B1 (4 P) Bestimme durch quadratische Ergänzung den Scheitelpunkt von $f(x) = x^2 - 8x + 11$.

B2 (4 P) Berechne die Nullstellen der folgenden Funktionen mit einem jeweils geeigneten Verfahren.

a) $f(x) = x^2 - 16$

b) $g(x) = x^2 - 5x$

c) $h(x) = x^2 - 7x + 12$

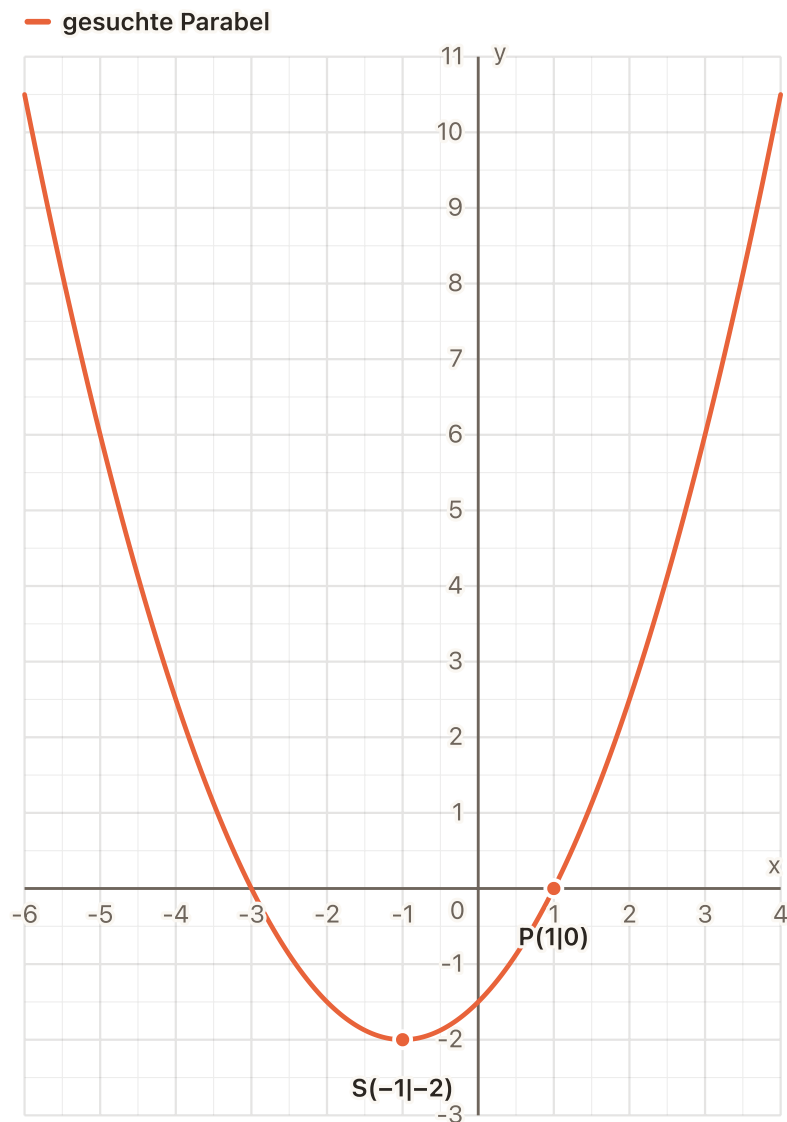
B3 (5 P) Gegeben ist $f(x) = (x - 2)^2 - 9$.

a) Wandle f in die allgemeine Form um.

b) Bestimme die Nullstellen.

c) Gib den y-Achsenabschnitt an.

B4 (4 P) Lies aus dem Graphen die Funktionsgleichung in Scheitelpunktform ab.



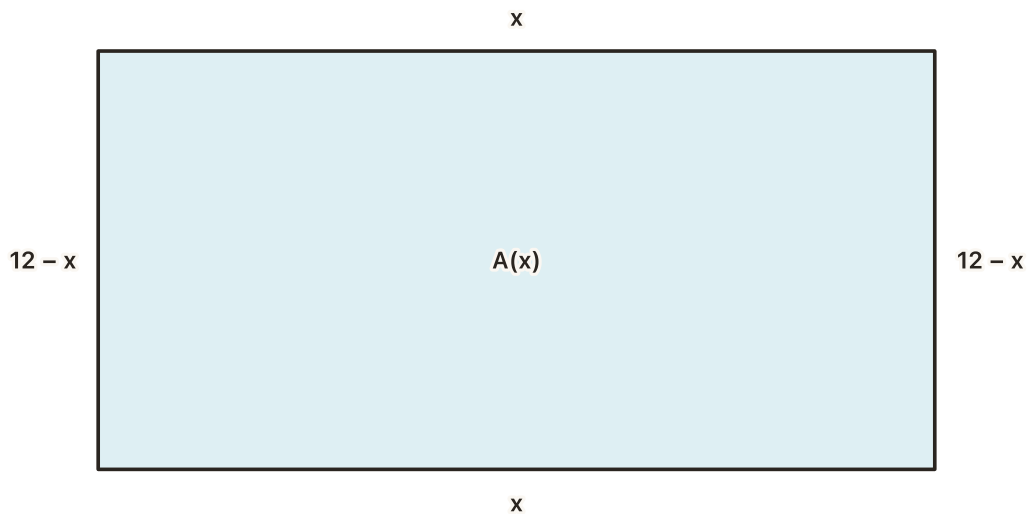
Scheitel und ein weiterer Punkt sind markiert

Teil C — Transfer und Vertiefung

C1 (5 P) Ein Ball wird geworfen; seine Flugbahn beschreibt $h(x) = -0,2x^2 + 1,6x$ mit x und h in Metern.

- Berechne die größte Höhe des Balls.
- Berechne, nach welcher Weite der Ball wieder auf dem Boden auftrifft.
- Erkläre, warum die Parabel nach unten geöffnet ist.

C2 (5 P) Aus einem 24 m langen Zaun soll ein rechteckiges Gehege gebaut werden. Eine Seite ist x Meter lang.



Rechteckiges Gehege mit Umfang 24 m

- a) Stelle die Flächenfunktion $A(x)$ auf.
- b) Bestimme die Seitenlängen für die größte Fläche.
- c) Gib den größten Flächeninhalt an.

C3 (5 P) Gegeben ist $f(x) = 2x^2 + 8x + 6$.

- a) Bestimme den Scheitelpunkt.
- b) Berechne die Nullstellen.
- c) Beurteile, ob die Parabel schmäler oder breiter als die Normalparabel ist, und begründe.

Lösung A1 (2 P)

Die Normalparabel $y = x^2$ ist nach oben geöffnet, achsensymmetrisch zur y-Achse und hat ihren Scheitelpunkt im Ursprung $S(0 \mid 0)$. (Eine Eigenschaft 0,5 P, zwei Eigenschaften 1 P, alle drei 2 P.)

Lösung A2 (2 P)

Der Scheitel ist $S(4 \mid 3)$ (1 P). Die Parabel ist gegenüber der Normalparabel um 4 nach rechts und um 3 nach oben verschoben (1 P).

Lösung A3 (2 P)

Der Faktor a bestimmt Öffnung und Breite: Bei $a > 0$ öffnet die Parabel nach oben, bei $a < 0$ nach unten (1 P). Bei $|a| > 1$ wird sie schmaler, bei $0 < |a| < 1$ breiter (1 P).

Lösung A4 (2 P)

Die pq-Formel lautet $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$ (1 P). Die Diskriminante entscheidet: $D > 0$ zwei Nullstellen, $D = 0$ eine, $D < 0$ keine (1 P).

Lösung B1 (4 P)

Quadratische Ergänzung mit $(\frac{8}{2})^2 = 16$ (1 P):

$$f(x) = x^2 - 8x + 16 - 16 + 11$$

Binom bilden (1 P):

$$f(x) = (x - 4)^2 - 5$$

Zusammenfassen von $-16 + 11 = -5$ (1 P). Scheitel ablesen: $S(4 | -5)$ (1 P).

Lösung B2 (4 P)

- a) $x^2 = 16 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 4$ (Wurzelziehen, 1 P).
- b) $x(x - 5) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 5$ (Faktorisieren, 1 P + 0,5 P).
- c) pq-Formel mit $p = -7, q = 12$: $x_{1,2} = 3,5 \pm \sqrt{12,25 - 12} = 3,5 \pm 0,5$, also $x_1 = 4, x_2 = 3$ (1,5 P).

Lösung B3 (5 P)

- a) Ausmultiplizieren: $f(x) = x^2 - 4x + 4 - 9 = x^2 - 4x - 5$ (2 P).
- b) Nullstellen mit pq-Formel ($p = -4, q = -5$): $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4 + 5} = 2 \pm 3$, also $x_1 = 5, x_2 = -1$ (2 P).
- c) y-Achsenabschnitt: $f(0) = -5$, also $c = -5$ (1 P).

Lösung B4 (4 P)

Scheitel ablesen: $S(-1 \mid -2)$, also $d = -1$, $e = -2$ (2 P). Punkt $P(1 \mid 0)$ einsetzen:

$$0 = a(1 + 1)^2 - 2 \Rightarrow 0 = 4a - 2 \Rightarrow a = 0,5$$

(1 P). Ergebnis: $f(x) = 0,5(x + 1)^2 - 2$ (1 P).

Lösung C1 (5 P)

- a) Scheitel: $x_S = -\frac{1,6}{2 \cdot (-0,2)} = 4$, $h(4) = -0,2 \cdot 16 + 6,4 = 3,2$ m. Größte Höhe: **3,2 m** (2 P).
- b) Nullstellen: $-0,2x^2 + 1,6x = 0 \Rightarrow x(-0,2x + 1,6) = 0 \Rightarrow x = 0$ oder $x = 8$. Auftreffweite: **8 m** (2 P).
- c) Die Parabel ist nach unten geöffnet, weil $a = -0,2 < 0$ ist; deshalb gibt es einen höchsten Punkt (1 P).

Lösung C2 (5 P)

- a) Die beiden Seiten sind x und $12 - x$ (halber Umfang), also $A(x) = x(12 - x) = -x^2 + 12x$ (2 P).
- b) Scheitel: $x_S = -\frac{12}{2 \cdot (-1)} = 6$; beide Seiten sind 6 m, das Gehege ist ein Quadrat (2 P).
- c) $A(6) = 6 \cdot 6 = 36 \text{ m}^2$ (1 P).

Lösung C3 (5 P)

- a) Ausklammern von 2: $f(x) = 2(x^2 + 4x + 3)$, ergänzen: $2((x + 2)^2 - 1) = 2(x + 2)^2 - 2$. Scheitel $S(-2 \mid -2)$ (2 P).
- b) Nullstellen: $x^2 + 4x + 3 = 0$, pq-Formel mit $p = 4$, $q = 3$: $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4 - 3} = -2 \pm 1$, also $x_1 = -1$, $x_2 = -3$ (2 P).
- c) Wegen $a = 2 > 1$ ist die Parabel schmäler als die Normalparabel (1 P).

Notenspiegel

NOTE	PUNKTE
1	37–40
2	31–36
3	24–30
4	16–23

NOTE	PUNKTE
5	8–15
6	0–7
Gesamt: 40 Punkte	