

Satz des Pythagoras – Probe-Klassenarbeit – Lösungen

Mathe · Klasse 9 · 45 Minuten · 28 Punkte

Rahmendaten

Zeit: 45 Minuten · Hilfsmittel: Taschenrechner, Geodreieck · Gesamtpunktzahl: 28 Punkte · Runde
Ergebnisse sinnvoll auf zwei Nachkommastellen und schreibe Antwortsätze mit Einheit.

Teil A — Wissen

A1 (2 P) Nenne die Namen der drei Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks und gib an, welche davon der Hypotenuse entspricht.

A2 (2 P) Schreibe den Satz des Pythagoras als Formel auf und stelle ihn nach der Kathete a um.

A3 (2 P) Entscheide ohne zu rechnen mit Begründung, welche Seite in einem rechtwinkligen Dreieck die längste ist.

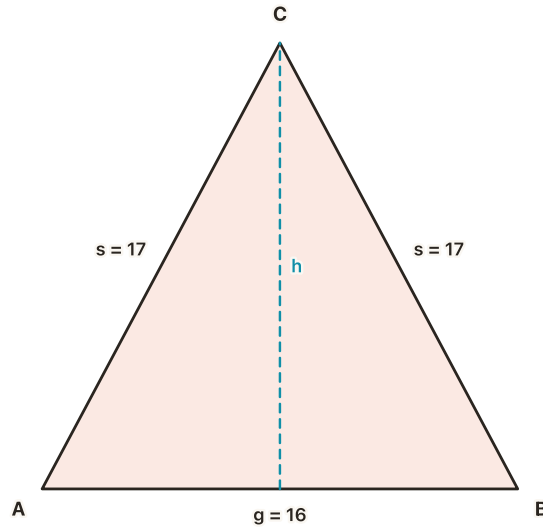
Teil B — Anwenden und Erklären

B1 (4 P) Berechne die fehlende Seite.

a) $a = 9 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$, gesucht ist die Hypotenuse c .

b) $c = 25 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$, gesucht ist die Kathete a .

B2 (5 P) Ein gleichschenkliges Dreieck hat die Basis $g = 16$ cm und die Schenkel $s = 17$ cm.



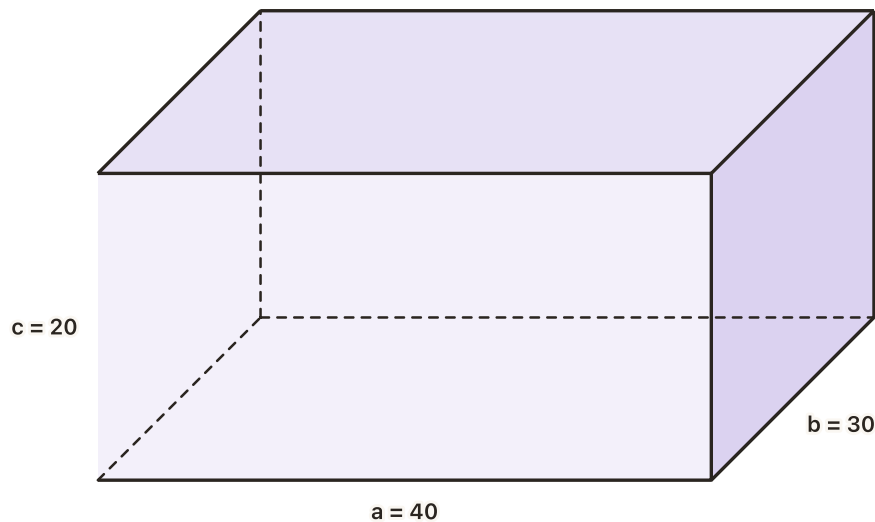
Gleichschenkliges Dreieck mit eingezeichneter Höhe h .

- a) Erkläre, wie die Höhe ein rechtwinkliges Dreieck erzeugt.
- b) Berechne die Höhe h .
- c) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks.

B3 (3 P) Prüfe, ob ein Dreieck mit den Seiten 9 cm, 40 cm und 41 cm rechtwinklig ist. Notiere deine Rechnung und ziehe eine Schlussfolgerung.

Teil C — Transfer und Vertiefung

C1 (6 P) Ein Karton hat die Form eines Quaders mit den Kantenlängen $a = 40$ cm, $b = 30$ cm und $c = 20$ cm.



Quaderförmiger Karton – gesucht ist die längste hineinpassende gerade Stange.

- a) Berechne die Flächendiagonale der Grundfläche (mit a und b).
- b) Berechne die Raumdiagonale des Kartons.
- c) Beurteile, ob eine gerade Stange von 55 cm Länge vollständig in den Karton passt.

C2 (4 P) Eine Leiter von 5 m Länge lehnt an einer senkrechten Wand. Ihr Fuß steht 3 m von der Wand entfernt.

- a) Fertige eine beschriftete Skizze an und berechne, wie hoch die Leiter an der Wand reicht.
- b) Der Leiterfuß wird auf 1,4 m Wandabstand herangezogen. Berechne die neue Höhe und beschreibe, wie sich die Höhe verändert hat.

Lösung A1 (2 P)

Die drei Seiten heißen **Hypotenuse** und zwei **Katheten** (1 P). Die Hypotenuse ist die Seite c , sie liegt gegenüber dem rechten Winkel und ist die längste Seite (1 P).

Lösung A2 (2 P)

Der Satz lautet $a^2 + b^2 = c^2$ (1 P). Umgestellt nach a : $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ (1 P).

Lösung A3 (2 P)

Die längste Seite ist die **Hypotenuse** (1 P). Begründung: Sie liegt dem größten Winkel, dem rechten Winkel von 90° , gegenüber; der größten Seite liegt stets der größte Winkel gegenüber (1 P).

Lösung B1 (4 P)

a) $c = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$ (2 P: Einsetzen 1 P, Ergebnis 1 P).

b) $a = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{625 - 49} = \sqrt{576} = 24 \text{ cm}$ (2 P: Einsetzen 1 P, Ergebnis 1 P).

Lösung B2 (5 P)

a) Die Höhe h steht senkrecht auf der Basis und teilt sie in zwei gleiche Hälften. Dadurch entsteht ein rechtwinkliges Dreieck mit der halben Basis $\frac{g}{2} = 8 \text{ cm}$ als einer Kathete, der Höhe h als anderer Kathete und dem Schenkel $s = 17 \text{ cm}$ als Hypotenuse (1 P).

b) $h = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$ (2 P: Ansatz 1 P, Ergebnis 1 P).

c) $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 15 = 120 \text{ cm}^2$ (2 P: Formel 1 P, Ergebnis 1 P).

Lösung B3 (3 P)

Längste Seite: 41 cm.

$$9^2 + 40^2 = 81 + 1600 = 1681$$

$$41^2 = 1681$$

Beide Werte sind gleich (2 P). Also ist das Dreieck **rechtwinklig**; der rechte Winkel liegt gegenüber der 41-cm-Seite (1 P).

Lösung C1 (6 P)

a) Flächendiagonale: $d = \sqrt{40^2 + 30^2} = \sqrt{1600 + 900} = \sqrt{2500} = 50 \text{ cm}$ (2 P).

b) Raumdiagonale: $D = \sqrt{d^2 + c^2} = \sqrt{2500 + 400} = \sqrt{2900} \approx 53,85 \text{ cm}$ (alternativ $D = \sqrt{40^2 + 30^2 + 20^2}$) (2 P).

c) Die längste gerade Strecke im Karton ist die Raumdiagonale mit $\approx 53,85 \text{ cm}$. Eine 55 cm lange Stange ist länger und passt daher **nicht** vollständig hinein (2 P).

Lösung C2 (4 P)

- a) Skizze mit rechtwinkligem Dreieck: Wand (Kathete b), Bodenabstand $a = 3$ m (Kathete), Leiter $c = 5$ m (Hypotenuse). Höhe: $b = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$ m (2 P: Skizze/Ansatz 1 P, Ergebnis 1 P).
- b) Neue Höhe: $b = \sqrt{5^2 - 1,4^2} = \sqrt{25 - 1,96} = \sqrt{23,04} = 4,8$ m. Die Höhe ist um 0,8 m gestiegen — je näher der Fuß an der Wand, desto höher reicht die Leiter (2 P: Ergebnis 1 P, Beschreibung 1 P).

Notenspiegel

NOTE	PUNKTE
1	26 – 28
2	22 – 25
3	17 – 21
4	12 – 16
5	6 – 11
6	0 – 5

Gesamt: 28 Punkte